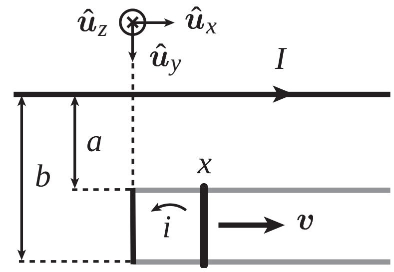
Parte 3

---

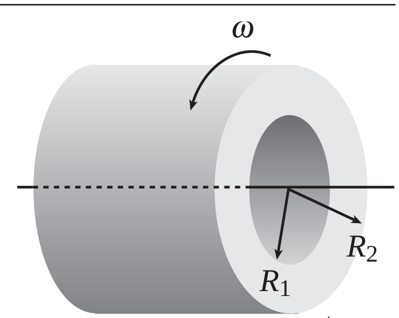
10. La figura muestra un alambre muy largo por el cual circula una corriente constante I, y dos rieles encima de los cuales se puede mover una barra de metal cuya resistencia es R. Los rieles están hechos de un material cuya resistencia es despreciable. Los extremos de los rieles (en $x = 0$) están hechos con un trozo del mismo material.



a. Halle el flujo magnético $\Phi(x)$ a través del rectángulo limitado por los rieles y la barra en la posición x.
b. Si la barra se mueve con velocidad $\boldsymbol{v} = v\hat{\boldsymbol{u}}_x$ $(v > 0)$ halle la corriente que pasa a través de la barra y especifique en qué sentido circula.

---

11. Un cilindro de radios R_1 y R_2 de longitud infinita tiene densidad volumétrica de carga D constante. El cilindro está rotando alrededor de su eje central con velocidad angular ω.

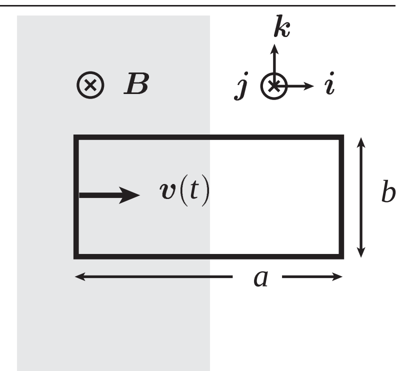


a. Determine el campo magnético producido por el cilindro en todos los puntos del espacio.

b. Suponga que la derivada de la velocidad angular respecto al tiempo es constante, $d\omega/dt = A =$cte. Calcule el campo eléctrico en la región hueca $r < R_1$.
NOTA. Tome las líneas de campo eléctrico como circunferencias centradas en el eje del cilindro.

---

12. La figura muestra una espira rectangular que está saliendo de una región donde existe un campo magnético externo $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{j}$ estacionario y uniforme. La espira tiene masa M, lados a y b, resistencia R, inductancia despreciable, y se mueve con una velocidad variable $\boldsymbol{v} = kt\boldsymbol{i}$, donde t es el tiempo y k una constante positiva.



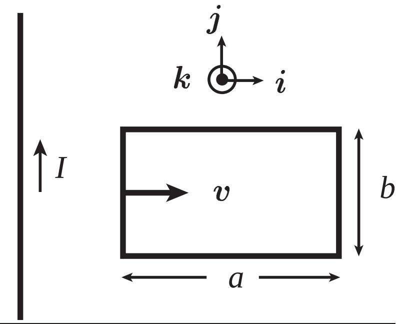
a. Calcule la corriente inducida en la espira e indique su sentido.

b. Halle la fuerza magnética y la fuerza externa que actúan sobre la espira.
c. Calcule la potencia desarrollada por la fuerza externa y la potencia disipada en forma de calor.

---

13. La espira rectangular de la figura se aleja con rapidez v de la corriente rectilínea. Por el hilo recto circula una corriente I y la espira tiene resistencia R. Suponga despreciable el efecto del campo electromagnético inducido.

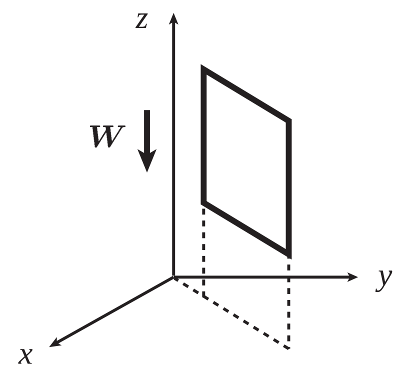
Calcule la corriente inducida en la espira y dibuje su sentido.



---

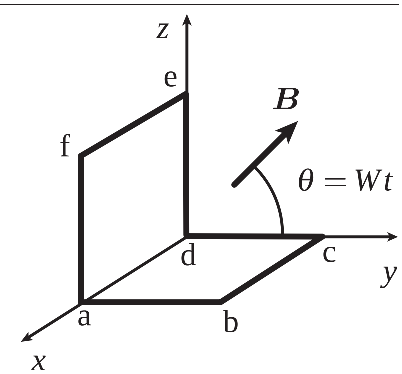
14. La espira de la figura es plana, tiene superficie S, resistencia R y está girando en torno al eje z con velocidad angular constante $\boldsymbol{W}$. La espira se encuentra en una región donde existe un campo magnético uniforme y constante $\boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j} + B_z\boldsymbol{k}$.

Calcule la corriente inducida en la espira. Señale en el dibujo su dirección. Considere despreciable la autoinductancia de la espira.



---

15. Una espira abcdefa tiene la forma dada en la figura. La parte abcd está formada por 3 alambres rectos en el plano xy y la parte defa lo mismo pero en el plano xz. Todos los tramos rectos tienen longitud l. Un campo magnético $\boldsymbol{B}$, siempre paralelo al plano yz tiene magnitud constante B y rota alrededor del eje x. El ángulo θ que forma con el eje y está dado por Wt donde t es el tiempo.

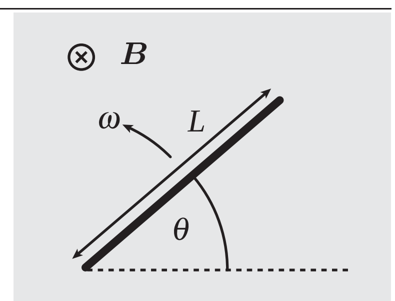


a. Encuentre el flujo a través de la espira.
b. Encuentre la corriente $I(t)$ en la espira, si su resistencia es R.
NOTA. Suponga despreciable el efecto del campo magnético inducido.

---

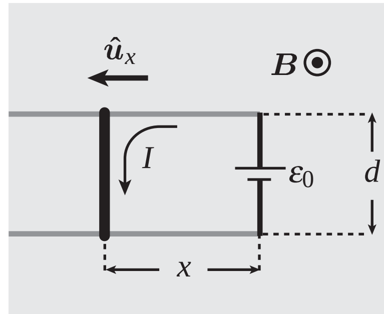
16. Una barra de longitud L gira con una frecuencia angular ω constante en un campo uniforme $\boldsymbol{B}$ como muestra la figura.

Calcule la f.e.m. entre los dos extremos de la barra.



---

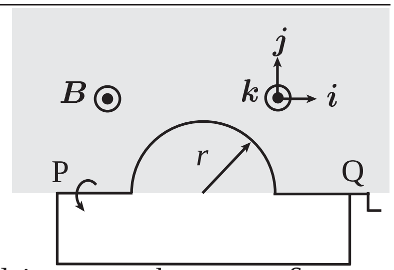
17. Un alambre metálico de masa m y resistencia R se desliza sin fricción sobre dos rieles separados una distancia d y con resistencia despreciable. Perpendicular a las vías existe un campo magnético uniforme. La pila proporciona una fuerza electromotriz constante ε_0. Suponga que el alambre estaba inicialmente en reposo.



Calcule, en función del tiempo, la velocidad del alambre y la corriente que lo atraviesa.

---

18. Un cable rígido de forma semicircular de radio r rota con una velocidad angular uniforme ω alrededor del eje PQ, en un campo magnético $\boldsymbol{B} = B_0 \cos(\omega t) \boldsymbol{k}$ (saliendo de la hoja), siendo B_0 una constante positiva. Consideraremos tiempos t tales que $0 < t < \pi/(4\omega)$. Desprecie la autoinductancia.

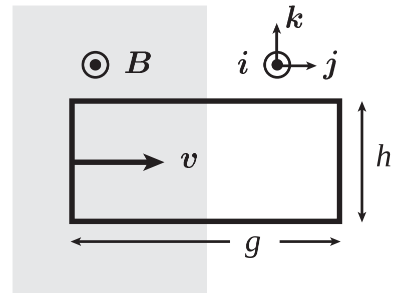


a. Calcule la fuerza electromotriz inducida en el circuito. Para el instante t haga una figura y muestre en ella el sentido de la fuerza electromotriz.

b. Si la resistencia de todo el circuito es R, calcule el tiempo que debe transcurrir para que la corriente eléctrica valga la mitad de la corriente máxima.

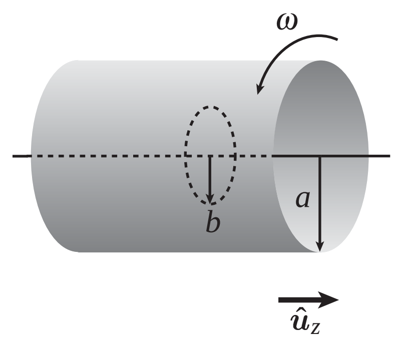
Parte 4

19. La figura muestra una espira rectangular que está saliendo con velocidad constante $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{j}$ de una región donde existe un campo magnético externo $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{i}$ uniforme y estacionario. La espira tiene autoinductancia L, resistencia R y lados de longitud g y h.



Calcule la corriente inducida en la espira si inicialmente no circula corriente por ella. Indique su sentido.

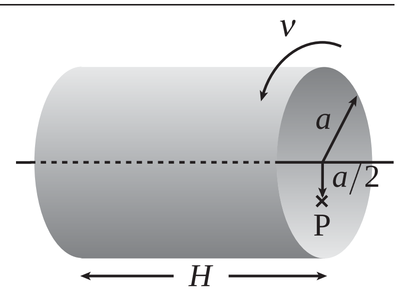
20. Un cilindro muy delgado de longitud infinita y radio a tiene una densidad superficial de carga constante σ y rota alrededor de su eje central con velocidad angular $\omega = Kt$, donde t es el tiempo y K una constante conocida.



a. Especifique algún sistema de coordenadas y halle el vector campo eléctrico en el interior del cilindro.

b. En el interior del cilindro se coloca una espira circular, de resistencia R, autoinductancia L, y radio b ($b < a$), perpendicular al eje del cilindro y con centro sobre dicho eje. Halle la corriente inducida en la espira e indique si su sentido es igual o es opuesto al del giro del cilindro. Suponga que para $t = 0$ la corriente inducida es cero.

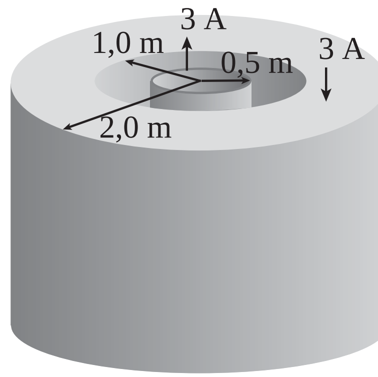
21. Un cilindro muy delgado de longitud infinita y radio a m tiene una carga eléctrica uniformemente distribuida en su superficie, de densidad longitudinal λ C/m y rota alrededor de su eje con frecuencia ν revoluciones/s.



a. Encuentre la autoinductancia de un trozo de longitud H.

b. Si $\nu = At$ donde A es constante y t es el tiempo, encuentre el campo eléctrico inducido a una distancia $a/2$ del eje, para $t > 0$.
NOTA. Las líneas de campo eléctrico son circunferencias centradas en el eje del cilindro.

22. Un circuito está compuesto de dos cilindros coaxiales de longitud infinita. El cilindro interno tiene un espesor despreciable y un radio de 0,5 m. El cilindro externo tiene radios 1,0 m y 2,0 m. Una corriente de 3 A entra por el cilindro interno y regresa por el externo con una distribución uniforme.

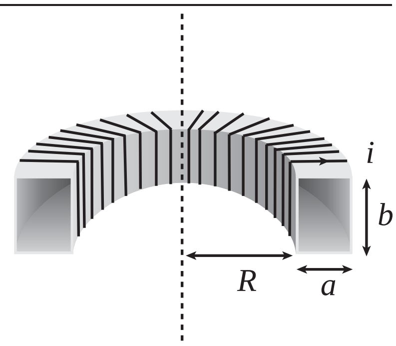


Calcule la energía almacenada por unidad de longitud en el campo magnético, y la autoinductancia por unidad de longitud del circuito.

NOTA. Suponga que los cilindros son de longitud $H \to \infty$.

---

23. Considere un embobinado de N vueltas muy apretadas en forma de toroide hueco con radio interno R y sección rectangular de lados a y b. (La figura muestra sólo la mitad del embobinado). Por el embobinado circula una corriente i.



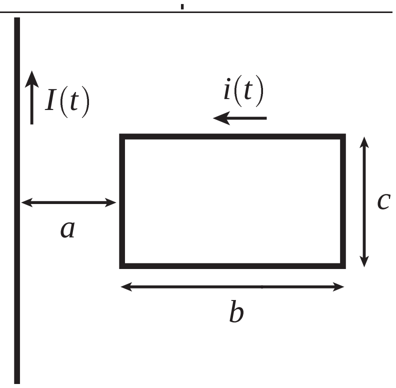
a. Calcule el campo magnético dentro del toroide. (3 Puntos)

b. Calcule la energía magnética almacenada en el campo. (4 Puntos)

c. Halle la autoinductancia del toroide. (3 Puntos)

---

24. En un plano se encuentra una espira rectangular de lados b y c, a una distancia a de un alambre infinito recto que lleva una corriente $I(t)$. La autoinductancia L y la resistencia R de la espira son conocidas. La corriente $I(t)$ en el alambre induce en la espira una corriente en sentido antihorario dada por $i(t) = Dt$, donde D es una constante positiva conocida.

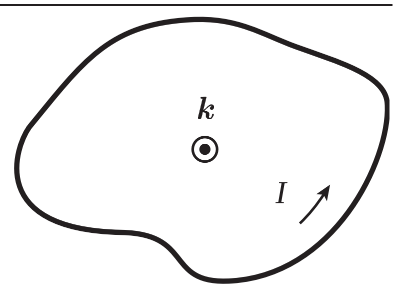


a. Encuentre, en términos de $I(t)$, la fuerza electromotriz inducida en la espira por la corriente del alambre.

b. Halle en términos de i, la f.e.m. inducida en la espira por su propia corriente.
c. Si en $t = 0$ es $I = 0$, calcule $I(t)$ en términos de cantidades conocidas y del tiempo.

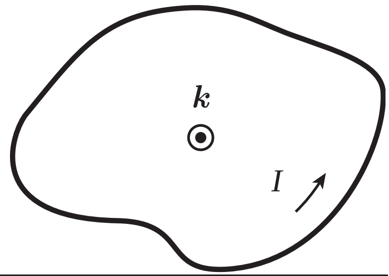
---

25. Una espira conductora plana tiene una resistencia de 2 Ω, una autoinductancia de 1 H y una superficie circunscrita de 300 cm^2. La corriente en la espira es cero cuando repentinamente se enciende un campo magnético uniforme perpendicular a la misma. Entonces se observa que la corriente en la espira aumenta en 3 A cada segundo.



Calcule $\boldsymbol{B}$ al cabo de 2 segundos.

26. La espira conductora plana de la figura tiene resistencia R, autoinductancia L, y circunscribe una superficie S. Perpendicular a la espira existe un campo magnético uniforme que varía con el tiempo y que inicialmente es igual a cero. En el conductor se induce una corriente $I(t) = 4t^2$ A.



Calcule el vector campo magnético en función de t.

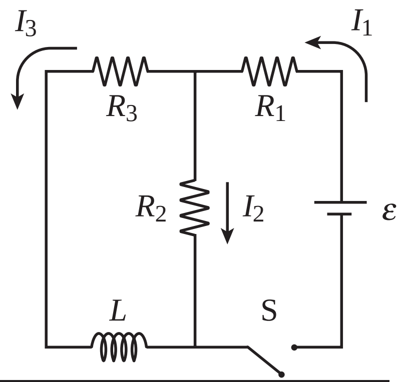
Parte 5

27. En el circuito de la figura encontrar las corrientes en los siguientes instantes:

a. inmediatamente después de cerrar S.

b. mucho tiempo después del instante **a.**

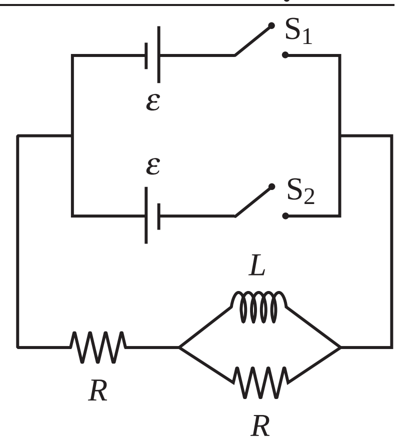
c. justo después de abrir S luego del instante **b.**



28. Se cierra el interruptor S_1, y después de mucho tiempo se abre al mismo tiempo que se cierra el interruptor S_2. Tome este instante como $t = 0$. Para $t \geq 0$ halle

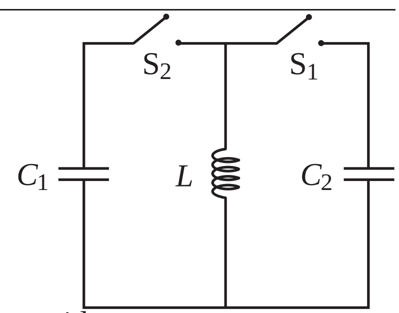
a. la corriente en el inductor.

b. los instantes para los cuales la energía en el inductor es la mitad de su valor final.



29. En el circuito de la figura cada condensador tiene una energía almacenada U y sus placas superiores están cargadas positivamente. $C_1 = C_2 = C$.

El interruptor S_1 se cierra hasta que la energía del condensador C_1 disminuya a $2U/3$ por primera vez. A continuación se cierra el interruptor S_2 al mismo tiempo que se abre S_1. Tomaremos este instante como $t = 0$.



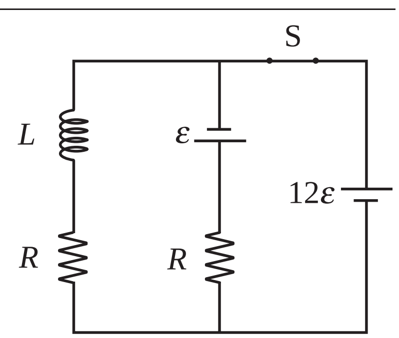
a. Halle la corriente que circula por el inductor en $t = 0$ y señale su sentido.
b. Calcule la carga en el condensador C_2 y la corriente en la inductancia L para $t \geq 0$.

30. En el circuito de la figura el interruptor S lleva cerrado un tiempo muy largo. Luego, en un instante que tomaremos como $t = 0$, se abre el interruptor.

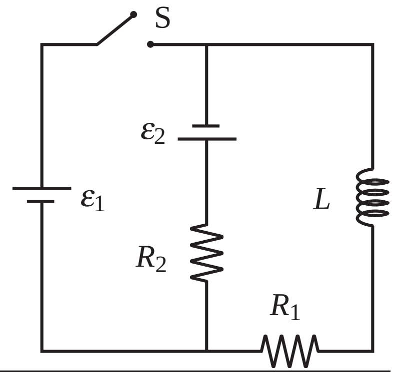
a. Halle la corriente en el inductor a $t = 0$.

b. Calcule la corriente en el inductor para $t \geq 0$.

c. Halle los instantes en los cuales la energía en el inductor es la cuarta parte de su valor final.



31. El circuito de la figura lleva funcionando un tiempo muy largo. Luego, en un instante que tomaremos como $t = 0$ se cierra el interruptor S. Tome $\varepsilon_1 = 12\,\text{volt}$, $\varepsilon_2 = 6\,\text{volt}$, $R_1 = 2\,\Omega$, $R_2 = 1\,\Omega$ y $L = 0.1\,\text{H}$.

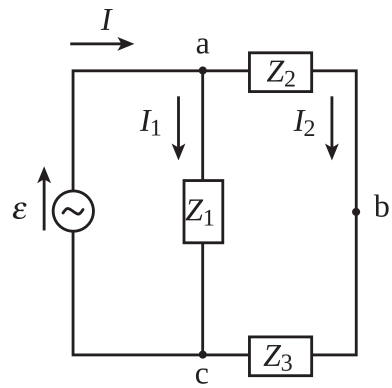


a. Halle la corriente en el inductor justo antes de cerrar S.

b. Calcule las corrientes en las resistencias para $t > 0$.

c. Determine los tiempos ($t > 0$) para los cuales la energía en el inductor es la centésima parte de su valor final.

Parte 6



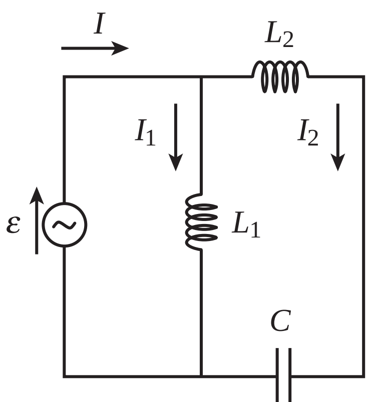
32. En el circuito de la figura son conocidos las impedancias complejas Z_1, Z_2 y Z_3, el valor pico ε_0 de la fuente y su frecuencia ω.

a. Halle las corrientes complejas I, I_1 e I_2.

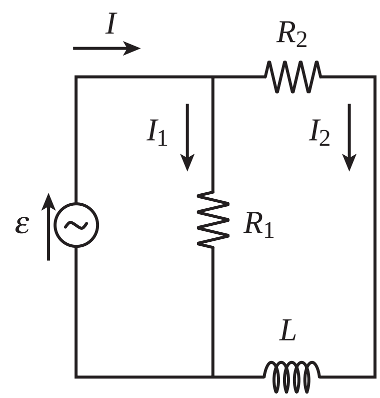
b. Calcule las diferencias de tensión complejas $V_a - V_b$, $V_a - V_c$, $V_b - V_c$.

c. Determine la corriente real $I_1(t)$.

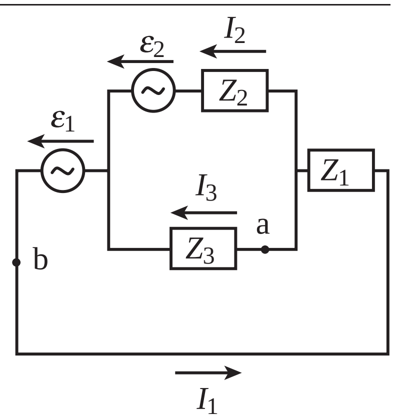
d. Para el circuito **d** determine la corriente compleja y la corriente real $I_1(t)$.
e. Para el circuito **e** calcule las corrientes reales $I_1(t)$ e $I_2(t)$ y la potencia promedio disipada por R_2.



circuito **d.**



circuito **e.**



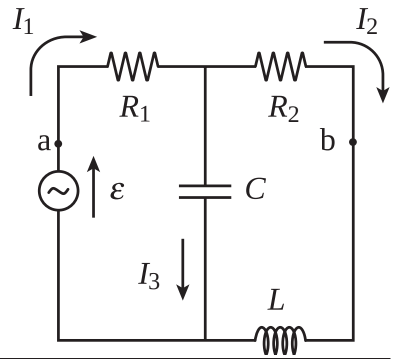
33. En el circuito de la figura las fuentes tienen fase inicial nula, frecuencia angular ω y sus sentidos y valores pico (ε_1 y ε_2) están indicados. Las impedancias complejas Z_1, Z_2 y Z_3 son conocidas.

a. Halle las corrientes complejas I_1, I_2 e I_3 en términos de Z_1, Z_2, Z_3, ε_1 y ε_2.

b. Sólo para esta parte del problema suponga que $\omega = 1000$ rad/s, $\varepsilon_1 = 50$ V, $\varepsilon_2 = 25$ V, el elemento Z_1 es un inductor con $L = 3$ mH, Z_2 es un capacitor con $C = 1$ mF, y Z_3 es una resistencia con $R = 2\ \Omega$.
b1. Halle la potencia media suministrada por ε_1.
b2. Halle la diferencia de potencial compleja $V = V_a - V_b$ y la correspondiente diferencia de po-

tencial real $V(t)$ entre los mismos puntos.

34. Para el circuito de la figura calcule



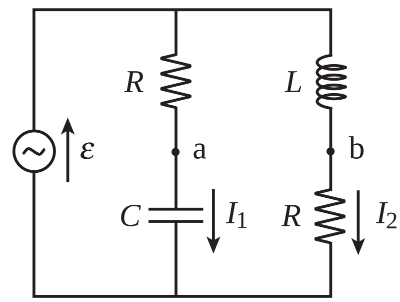
a. la impedancia compleja equivalente.

b. el valor pico de la diferencia de potencial $V_a - V_b$.

c. la potencia media disipada por cada resistencia y la potencia media suministrada por el generador.

$R_1 = 10\ \Omega,\ R_2 = 3\ \Omega,\ L = 1$ mH, $C = 50\ \mu$F, $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$, $\varepsilon_0 = 50$ V, $\omega = 4000$ rad/s.

35. Para el circuito de la figura halle



a. las corrientes complejas I_1 e I_2 y la impedancia compleja del circuito.

b. la diferencia de potencial real $V(t)$ entre los puntos a y b ($V(t) = V_a - V_b$).

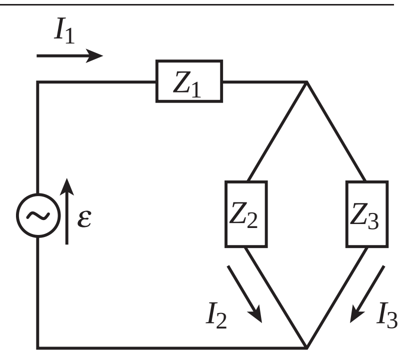
$R = 20\ \Omega,\ L = 0,2$ H, $C = 0,25$ mF, $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos(\omega t)$, $\varepsilon_0 = 200$ V, $\omega = 100$ rad/s.

36. En el circuito **a** las impedancias complejas Z_1, Z_2 y Z_3 son conocidas, y también son conocidos el valor pico ε_0 de la fuente y su frecuencia ω.

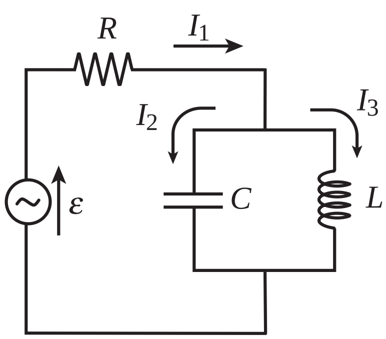
a. Para el circuito **a** halle las corrientes complejas I_1, I_2 e I_3.

b. Para el circuito **b** halle $I_1(t)$ y $V_2(t)$.

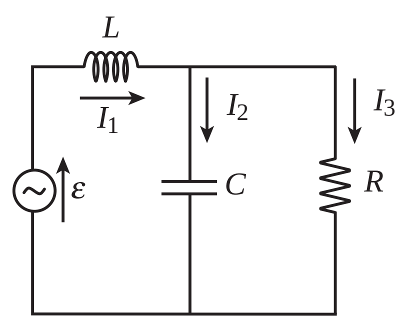
c. Para el circuito **c** halle la potencia promedio disipada en la resistencia.



circuito **a.**



circuito **b.**



circuito **c.**

Soluciones

Parte 3

10.
a.

$$\phi_B = \mu_0 I x \ln(b/a)/2\pi$$

b.

$$i = \mu_0 I v \ln(b/a)/2\pi R$$

Parte 4

19.

$$i(t) = \frac{Bhv}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \quad \text{sentido antihorario}$$

20.
a.

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\mu_0 \sigma K a \rho}{2}\hat{\boldsymbol{\mu}}_\theta\,, \quad \hat{\boldsymbol{\mu}}_\theta = \hat{\boldsymbol{\mu}}_z \times \hat{\boldsymbol{\mu}}_\rho$$

b.

$$i = \frac{\mu_0 a \sigma K \pi b^2}{R}\left(1 - e^{-tR/L}\right), \quad \text{sentido opuesto al del giro}$$

21.
a.

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2}{H}$$

b.

$$\boldsymbol{E} = -\frac{\mu_0 \lambda A a}{4}\hat{\boldsymbol{\mu}}_\theta\,, \quad \hat{\boldsymbol{\mu}}_\theta = \hat{\boldsymbol{\mu}}_z \times \hat{\boldsymbol{\mu}}_\rho \quad \text{con } \hat{\boldsymbol{\mu}}_z \text{ hacia la derecha}$$

22.

$$U/H = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left[\frac{25}{9}\ln(2) - \frac{11}{12}\right]. \qquad L/H = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{25}{9}\ln(2) - \frac{11}{12}\right]$$

23.

a.

$$\boldsymbol{B}(\rho,\varphi,z)=\frac{\mu_0 Ni}{2\pi\rho}\hat{\boldsymbol{u}}_\varphi\,,\quad \text{con}\quad \hat{\boldsymbol{u}}_\varphi=\hat{\boldsymbol{u}}_z\times\hat{\boldsymbol{u}}_\rho$$

b.

$$L=\frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi}\ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$$

c.

$$U=\frac{\mu_0 N^2 i^2 b}{4\pi}\ln\left(\frac{R+a}{R}\right)$$

24.

a.

$$\varepsilon_I=\frac{\mu_0 C}{2\pi}\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)\frac{dI}{dt}\,,\quad \text{en sentido antihorario}$$

b.

$$\varepsilon_i=-L\frac{di}{dt}\,,\quad \text{en sentido antihorario}$$

c.

$$I=\frac{2\pi D}{\mu_0 C\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)}\left(\frac{Rt^2}{2}+Lt\right)$$

25.

$$\boldsymbol{B}\big|^{2\text{seg}}=-600\,\boldsymbol{k}\,\text{tesla}$$

26.

$$\boldsymbol{B}=\left(-\frac{4Rt^3}{3S}-\frac{4Lt^2}{S}\right)\boldsymbol{k}$$

Parte 5

27.

a.

$$I_1=I_2=\frac{\varepsilon}{R_1+R_2}\qquad I_3=0$$

b.

$$I_1=\frac{\varepsilon(R_2+R_3)}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

$$I_2=\frac{\varepsilon R_3}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3}$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

c.

$$I_1 = 0 \qquad I_2 = -I_3 \qquad I_3 = \frac{\varepsilon R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

28.

a.

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - 2e^{-Rt/2L}\right)$$

b.

$$t = \frac{2L}{R}\ln[2(2 \mp \sqrt{2})]$$

29.

a.

$$I = \sqrt{\frac{2U}{3L}} \qquad \text{sentido antihorario}$$

b.

$$Q = \sqrt{\frac{8CU}{3}}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right), \quad I = \sqrt{\frac{8U}{3L}}\operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

con $\omega \equiv 1/\sqrt{LC}$.

30.

a.

$$I = \frac{12\varepsilon}{R} \quad \text{(bajando)}$$

b.

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{2R}\left(-1 + 25e^{-2Rt/L}\right) \quad \text{(bajando)}$$

c.

$$t = \frac{L}{2R}\ln\left(\frac{50}{3}\right) \qquad \text{y} \qquad t = \frac{L}{2R}\ln(50)$$

31.

a.

$$I = -2\,\text{ampere} \quad \text{(sentido horario)}$$

b.

$$I_1 = \left(6 - 8\,e^{-20\,t/\text{seg}}\right)\text{ampere}, \quad \text{(hacia la izquierda)}$$

$$I_2 = 18\,\text{ampere}, \quad \text{(bajando)}$$

c.

$$t = \frac{1}{20}\ln\left(\frac{40}{33}\right)\text{ seg} \qquad \text{y} \qquad t = \frac{1}{20}\ln\left(\frac{40}{27}\right)\text{ seg}$$

Parte 6

32.

a.

$$I = I_1 + I_2 \qquad I_1 = \varepsilon_0 Z_1^*/|Z_1|^2 \qquad I_2 = \varepsilon_0 (Z_2+Z_3)^*/|Z_2+Z_3|^2$$

b.

$$V_a - V_b = \varepsilon_0 Z_2 (Z_2^* + Z_3^*)/|Z_2+Z_3|^2$$

$$V_a - V_c = \varepsilon_0$$

$$V_b - V_c = \varepsilon_0 Z_3 (Z_2^* + Z_3^*)/|Z_2+Z_3|^2$$

c.

$$I_1(t) = \frac{\varepsilon_0}{|Z_1|^2}\{\mathrm{Real}(Z_1)\cos(\omega t) + \mathrm{Im}(Z_1)\mathrm{sen}(\omega t)\}$$

d.

$$I_1 = -\frac{\varepsilon_0 i}{\omega L_1} \qquad I_1(t) = \frac{\varepsilon_0}{\omega L_1}\mathrm{sen}(\omega t)$$

e.

$$I_1(t) = \frac{\varepsilon_0}{R_1}\cos(\omega t) \qquad I_2(t) = \frac{\varepsilon_0}{R_2^2 + (\omega L)^2}\{R_2\cos(\omega t) + \omega L\,\mathrm{sen}(\omega t)\}$$

$$\text{potencia promedio disipada por } R_2 = \frac{R_2 \varepsilon_0^2}{2[R_2^2 + (\omega L)^2]}$$

33.

a.

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1(Z_2+Z_3) + \varepsilon_2 Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2(Z_1+Z_3) + \varepsilon_1 Z_3}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 Z_2 - \varepsilon_2 Z_1}{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3}$$

b1.

$$P_{\varepsilon_1} = 250 \text{ watt}$$

b2.

$$V_a - V_b = -(90 + 30i)\,\text{volt}$$

$$V(t) = 30\sqrt{10}\cos(\omega t + \mathrm{ArcTg}(1/3))\,\text{volt} = [-90\cos(\omega t) + 30\mathrm{sen}(\omega t)]\,\text{volt}$$

34.

a.

$$Z = \frac{5}{2}(7 - i)\Omega$$

b.

$$|V_a - V_b| = \sqrt{1220}\,\text{Volt} \simeq 34.9\,\text{Volt}$$

c.

$$P_{R1} = 40\,\text{watt}\,, \quad P_{R2} = 30\,\text{watt} \quad P_{\text{fuente}} = 70\,\text{watt}\,.$$

35.

a.

$$I_1 = (2+4i)\,\text{ampere}\,, \quad I_2 = (5-5i)\,\text{ampere}\,, \quad Z = (28+4i)\Omega$$

b.

$$V(t) = 20\sqrt{10}\cos(\omega t + \text{ArcTg}(1/3))\,\text{volt} = [60\cos(\omega t) - 20\text{sen}(\omega t)]\,\text{volt}$$

36.

a.

$$I_1 = \frac{(Z_2+Z_3)\varepsilon_0}{Z^2}\,, \quad I_2 = \frac{Z_3\varepsilon_0}{Z^2}\,, \quad I_3 = \frac{Z_2\varepsilon_0}{Z^2}\,, \quad \text{con } Z^2 \equiv Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3$$

b.

$$I_1(t) = \frac{\varepsilon_0|LC\omega^2-1|}{\sqrt{r^2}}\cos(\omega t+\alpha) = \frac{\varepsilon_0(LC\omega^2-1)}{r^2}[R(LC\omega^2-1)\cos(\omega t) - L\omega\text{sen}(\omega t)]$$

$$V_2(t) = \frac{\varepsilon_0\omega L}{r^2}[L\omega\cos(\omega t) + R(LC\omega^2-1)\text{sen}(\omega t)]$$

con

$$r^2 \equiv (\omega L)^2 + R^2(1-LC\omega^2)^2\,, \quad \alpha = \text{ArcTg}\left[\frac{L\omega}{R(LC\omega^2-1)}\right]$$

c.

$$\bar{P} = \frac{R\varepsilon_0^2}{2[L^2\omega^2 + R^2(1-LCW^2)^2]}$$
